УДК 539.3

А. С. Саргсян, аспирант кафедры механики.
Ереванский государственный университет
Тел.: (+374 77) 124310; *E–mail:* arsensargsyan777@gmail.com

ДИФРАКЦИЯ ЛОКАЛИЗОВАННОЙ СДВИГОВОЙ ВОЛНЫ НА КРАЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ ТРЕЩИНЫ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СОСТАВНОЙ СРЕДЕ

Рассматривается задача дифракции электроупругой поверхностной волны сдвига на полубесконечной трещине между двумя пьезоэлектрическими полупространствами. На остальной части контактной плоскости имеют место условия полного электромеханического контакта. На границе раздела полупространств склеен электропроводящий металлический тонкий слой. Определение волнового поля сводится к решению функционального уравнения типа Римана на действительной оси, которое решается методом факторизации. Дифракция и наличие пьезоэффекта приводят к распространению поверхностных сдвиговых волн–локализованных у разделительной плоскости контакта.
Ключевые слова: *пьезоэлектрик, дифракция, сдвиг, трещина, поверхностные волны.*

A. S. Sargsyan

DIFFRACTION OF A LOCALIZED SHEAR WAVE ON THE EDGE OF A SEMI-INFINITE CRACK IN A PIEZOELECTRIC COMPOSITE MEDIUM

The problem of diffraction of an electroelastic surface shear wave by a semi-infinite crack between two piezoelectric half-spaces is considered. On the remaining part of the contact plane, the conditions of complete electromechanical contact take place. At the interface of the half-spaces a conductive metallic thin layer is glued together. The definition of the wave field is reduced to solving a functional equation of Riemann type on the real axis, which is solved by the factorization method. Diffraction and the presence of the piezoelectric effect lead to the propagation of surface shear waves located in the separation plane of the contact.
Keywords: *piezoelectric, diffraction, shear, crack, surface waves.*

1. Введение

Взаимодействия различных физических полей, пьезоэффект и конструктивная неоднородность существенно влияют на волновое поле в деформируемых твердых средах сложной структуры. Задачи дифракции электроупругих волн на крае трещин и металлических слоев являются актуальными задачами электроупругости. С практической точки зрения эти задачи тесно связаны с развитием прикладных задач механики сплошных сред, электроакустики, пьезотехники и измерительных приборов. Электроупругие локализованные волны в пьезоупругих средах, возникающие при некоторых условиях взаимодействия физических полей и при определенных структурных строениях этих сред, имеют фундаментальные значения при изучении волновых процессов [1–5]. В [2,3] рассмотрены задачи дифракции плоской электроупругой волны сдвига падающей из бесконечности на полубесконечный металлический слой или на полубесконечную трещину в пьезоэлектрическом пространстве. Распространение поверхностных сдвиговых волн, локализованных у граничной плоскости раздела двух пьезоэлектрических полупространств склеенных электропроводящим тонким слоем, исследуется в работа [4]. Получено условие распространения электроупругих поверхностных волн при полном контакте полупространств с разными электроупругими характеристиками. Задача дифракции плоской электроупругой сдвиговой волны в среде пьезоэлектрик-диэлектрик на тонком полубесконечном, металлическом слое в диэлектрике без пьезоэффекта рассмотрена в [5]. Этот слой является причиной дифракции электроупругой волны, при этом, в пьезоэлектрическом полупространстве возбуждаются поверхностные волны сдвига и проявляются некоторые особые волновые явления. В пьезоэлектрической среде по причине дифракции возбуждаются поверхностные волны сдвига. Для дальнейшего развития механики сплошных сред и объяснения физико-технических и экспериментальных результатов при проектировании и создании новых приборов и устройств необходимо исследовать задачи распространения сдвиговых волн в слоистых пьезоэлектрических средах в новой постановке, при разных электроупругих условиях на поверхностях разделов сред. В работах [6–8] исследованы задачи распространения электроупругих волн в средах сложной, неоднородной структуры. Изучены процессы дифракции плоских электроупругих волн на полубесконечной трещине между скрепленными по остальной части контактной плоскости диэлектрическими полупространствами. Исследовано линейное взаимодействие электрического и механического полей при контакте двух пьезоэлектрических полупространств, под действием в одном из полупространств линейного источника установивщихся механических возмущений. Очевидно, что повысились возможности современной технологии создания конструктивно неоднородных материалов для инженерной практики. Анизотропия пьезоэлектриков и ряд новых свойств–проявляющихся в результате взаимодействия физических полей разной природы, усложняют исследование волнового процесса, но приводят к важним результатам с теоретической точки зрения математической физики. Исследования процессов распространения электроупругих волн в неоднородной среде обладающей пьезоэффектом, тесно связаны с развитием электроакустики, пьезотехники и измерительных приборов.

В данной работе исследуется электроупругое волновое поле сдвига в составном пьезоэлектрическом пространстве при металлическом слое между полупространствами. Выявлены особенности обусловленные наличием пьезоэффекта и дифракцией распространяющейся сдвиговой поверхностной волны на полубесконечной трещине между полупространствами. Результаты рассматриваемой в представленной работе задачи о распространении сдвиговых волн в составном пьезоэлектрическом пространстве, могут быть использованы при изучении прикладных задач распространения электроупругих локализованных и обьемных волн.

2. Постановка задачи

В составной пьезоэлектрической среде рассматривается задача дифракции падающей из бесконечности сдвиговой поверхностной электроупругой волны. Рассматриваемая электроупругая среда приведена к декартовой системе координат $Oxyz$, с разными электроупругими характеристиками пьезоэлектрические полупространства – пьезоэлектрики класса 6mm гексагональной симметрии с совпадающей с осью Oz главной осью кристалла, занимают полупространства $y>0$ и $y<0$. Тонкий металлический слой приклеен к контактной плоскости Oxz, из–за малой толщины пренебрегается жесткость. Электропроводящий слой можно рассматривать как электрод. Пьезоэлектрические полупространства скреплены по плоскости $y=0,\ x>0,\ -\infty<z<\infty$, т.е. считаем, что между полупространствами осуществляется акустический контакт только в плоскости Oxz при $x>0$. В плоскости Oxz при $x<0$ $\left(y=0, x<0, -\infty<z<\infty\right)$ между пьезоэлектрическими полупространствами взаимодействие происходит без акустического контакта. Принимается, что рассматриваемая составная диэлектрическая среда с пьезоэффектом имеет полубесконечную трещину в плоскости Oxz при $x<0$, чем и обусловленна дифракция. Таким образом, в пьезоэлектрическом составном пространстве из бесконечности $x>0$ распространяется локализованная у контактной плоскости электроупругая поверхностная волна сдвига со следующими значениями амплитудных составляющих перемещения и электрического потенциала, соответственно [2,3]

$$\begin{aligned} & w_{1\infty}(x,y)=e^{-\sqrt{\sigma_0{}^2-k_1^2}y}e^{-i\sigma_0 x}, \\ & \Phi_{1\infty}(x,y)=\frac{e_1}{\varepsilon_1}\left(e^{-\sqrt{\sigma_0{}^2-k_1^2}y}-e^{-\sigma_0 y}\right)e^{-i\sigma_0 x}, \\ & w_{2\infty}(x,y)=e^{\sqrt{\sigma_0{}^2-k_2^2}y}e^{-i\sigma_0 x}, \\ & \Phi_{2\infty}(x,y)=\frac{e_2}{\varepsilon_2}\left(e^{\sqrt{\sigma_0{}^2-k_2^2}y}-e^{\sigma_0 y}\right)e^{-i\sigma_0 x}, \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь принимается, что при $k_2>k_1$ имеет место условие [4,8]

$$\sqrt{1-\frac{k_1{}^2}{k_2{}^2}}<\frac{\chi_1}{1+\chi_1}\left(1+\frac{c_2\chi_2}{c_1\chi_1}\right), \tag{2}$$

а при $k_1>k_2$

$$\sqrt{1-\frac{k_2{}^2}{k_1{}^2}}<\frac{\chi_2}{1+\chi_2}\left(1+\frac{c_1\chi_1}{c_2\chi_2}\right). \tag{3}$$

Следовательно, может распространяться рассматриваемая поверхностная волна со скоростью ω/σ_0, где волновое число σ_0 определяется из соотношения [8]

$$c_1\left(1+\chi_1\right)\frac{\sqrt{\sigma_0{}^2-k_1{}^2}}{\sigma_0}+c_2\left(1+\chi_2\right)\frac{\sqrt{\sigma_0{}^2-k_2{}^2}}{\sigma_0}=c_1\chi_1+c_2\chi_2. \tag{4}$$

Задача заключается в определении волнового поля в пьезоэлектрических полупространствах, учитывая гармоническую зависимость от времени всех составляющих волнового поля – временной множитель $e^{-i\omega t}$. Здесь ω–частота колебаний, t–параметр времени, $k_i=\omega/C_i$, $C_i=\sqrt{c_{44}^{(i)}(1+\chi_i)/\rho_i}$, $\chi_i=e_i^2/c_i\varepsilon_i$ –волновое число, скорость распространения объемной сдвиговой электроупругой волны и коэффициент электромеханической связи в пьезоэлектрических средах $y>0$ и $y<0$, соответственно. В этих соотношениях $c_i=c_{44}^{(i)},\varepsilon_i=\varepsilon_{11}^{(i)},e_i=e_{15}^{(i)}$ – упругая, диэлектрическая и пьезоэлектрическая постоянные в пьезоэлектрических полупространствах , ρ_i – плотность, $i=1,2$. Среда находится в условиях антиплоской деформации. Принимаются дифференциальные уравнения динамической теории упругости и уравнения электродинамики в квазистатическом приближении. Для определения амплитуд перемещения и электрического потенциала в полупространствах, имеем следующие уравнения [2–6]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2}+k_i^2 w_i=0, \\ & \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2}+k_i^2\frac{e_i}{\varepsilon_i}w_i=0. \end{aligned} \qquad i=1,2 \tag{5}$$

В приведенных уравнениях $w_1(x,y),\Phi_1(x,y)$ функции амплитуд перемещения и электрического потенциала пьезоэлектрика $y>0,-\infty<x<\infty$, а $w_2(x,y),\Phi_2(x,y)$ – пьезоэлектрика $y<0,-\infty<x<\infty$. Амплитуды электрического потенциала из-за наличия металлического слоя в плоскости контакта, удовлетворяют следующим контактным условиям [1,2,5]:

$$\Phi_1(x,y)=\Phi_2(x,y)=0 \qquad \text{при } y=0 \tag{6}$$

На берегах трещины для амплитуд напряжений $\sigma_{yz}^{(1)},\sigma_{yz}^{(2)}$ имеем условия [3,7]

$$\begin{aligned}&\sigma_{yz}^{(1)}=c_1\frac{\partial w_1}{\partial y}+e_1\frac{\partial \Phi_1}{\partial y}=0, && y=0,x<0\\ &\sigma_{yz}^{(2)}=c_2\frac{\partial w_2}{\partial y}+e_2\frac{\partial \Phi_2}{\partial y}=0. && y=0,x<0\end{aligned} \tag{7}$$

Разница перемещений на берегах трещины неизвестная пока величина

$$w_1(x,+0)-w_2(x,-0)=w_0(x) \qquad \text{при } x<0 \tag{8}$$

Решения уравнений (5) должны удовлетворять контактным условиям скрепления при $y=0,x>0$ [4–6]

$$\sigma_{yz}^{(1)}(x,+0)=\sigma_{yz}^{(2)}(x,-0)=q_0(x), \quad w_1(x,+0)=w_2(x,-0). \tag{9}$$

Функции $q_+(x)=q_0(x)\vartheta(x)$ и $\psi_-(x)=w_0(x)\vartheta(-x)$, $\vartheta(x)$ – функция Хевисайда, представляют касательное напряжение при $y=0$ и разницу перемещений на $y=\pm 0$, соответственно. Контактные условия на граничной плоскости раздела полупространств (7)–(9) принимают вид

$$\begin{aligned}&c_1\frac{\partial w_1}{\partial y}+e_1\frac{\partial \Phi_1}{\partial y}=c_2\frac{\partial w_2}{\partial y}+e_2\frac{\partial \Phi_2}{\partial y}=q_+(x), \\ &w_1(x,+0)-w_2(x,-0)=\psi_-(x)\end{aligned} \qquad \text{при } y=0 \tag{10}$$

Задача определения дифрагированного электроупругого волнового поля в составном пьезоэлектрическом пространстве при дифракции падающей из бесконечности локализованной электроупругой волны сдвига (1) сведена к решению дифференциальных уравнений (5) при контактных условиях (6), (10).

3. Решение задачи

Применяется интегральное преобразование Фурье по переменной x, и выражения для искомых функций амплитуд перемещения и электрического потенциала в полупространствах получим после обратного преобразования Фурье в виде

$$\begin{aligned}&w_i(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{w}_i(\sigma,y)e^{-i\sigma x}d\sigma,\\ &\Phi_i(x,y)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\overline{\Phi}_i(\sigma,y)e^{-i\sigma x}d\sigma,\end{aligned} \qquad i=1,2 \tag{11}$$

где трансформанты Фурье искомых функций представляются в виде

$$\begin{aligned}&\overline{w}_1(\sigma,y)=A_1(\sigma)e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}\,y}+e^{-\sqrt{\sigma_0{}^2-k_1^2}\,y},\\ &\overline{\Phi}_1(\sigma,y)=B_1(\sigma)e^{-|\sigma|y}+\frac{e_1}{\varepsilon_1}\overline{w}_1,\end{aligned} \qquad y>0 \tag{12}$$

$$\bar{w}_2(\sigma, y) = A_2(\sigma)e^{\sqrt{\sigma^2-k_2^2}y} + e^{\sqrt{\sigma_0{}^2-k_2^2}y},$$
$$\bar{\Phi}_2(\sigma, y) = B_2(\sigma)e^{|\sigma|y} + \frac{e_2}{\varepsilon_2}\bar{w}_2, \qquad y<0 \tag{13}$$

здесь

$$A_1(\sigma) = \frac{c_2K_2(\sigma)}{c_1K_1(\sigma)+c_2K_2(\sigma)}\psi_-(\sigma), \quad B_1(\sigma) = -\frac{e_1}{\varepsilon_1}A_1(\sigma),$$
$$A_2(\sigma) = A_1(\sigma) - \psi_-(\sigma), \quad B_2(\sigma) = -\frac{e_2}{\varepsilon_2}A_2(\sigma) \tag{14}$$

$\delta(\sigma) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} e^{-i\sigma x}dx$ – функция Дирака.

Трансформанты функций амплитуд перемещения и потенциала электрического поля для пьезоэлектрических полупространств удовлетворяют как соответствующим уравнениям, так и следующим контактным условиям на плоскости раздела двух сред

$$\bar{w}_1(\sigma+0) - \bar{w}_2(\sigma,-0) = \bar{\psi}_-(\sigma),$$
$$c_1\frac{d\bar{w}_1}{dy} + e_1\frac{d\bar{\Phi}_1}{dy} = c_2\frac{d\bar{w}_2}{dy} + e_2\frac{d\bar{\Phi}_2}{dy} = \bar{q}_+(\sigma), \qquad \text{при } y=0 \tag{15}$$
$$\bar{\Phi}_1(\sigma,+0) = \bar{\Phi}_2(\sigma,-0) = 0.$$

$\bar{\psi}_-(\sigma), \bar{q}_+(\sigma)$ трансформанты Фурье функций $\psi_-(x)$ и $q_+(x)$.

Характеристические функции $K_1(\sigma)$, $K_2(\sigma)$, как известно [1–3], представляются в виде

$$K_1(\sigma) = (1+\chi_1)\frac{\sqrt{\sigma^2-k_1{}^2}}{|\sigma|} - \chi_1, \qquad K_2(\sigma) = (1+\chi_2)\frac{\sqrt{\sigma^2-k_2{}^2}}{|\sigma|} - \chi_2. \tag{16}$$

Выполняя условия уходящей волны, принимается, что $\gamma_1(\sigma)\to|\sigma|$, $\gamma_2(\sigma)\to|\sigma|$ при $|\sigma|\to\infty$, действительная ось обходит точки ветвления $\sigma=-k_1$, $\sigma=-k_2$ сверху, а $\sigma=k_1$, $\sigma=k_2$–снизу, $\gamma_1(\sigma)=\sqrt{\sigma^2-k_1^2}=-i\sqrt{k_1^2-\sigma^2}$, $\gamma_2(\sigma)=\sqrt{\sigma^2-k_2^2}=-i\sqrt{k_2^2-\sigma^2}$ [9].

Относительно функций $\bar{\psi}_-(\sigma), \bar{q}_+(\sigma)$ получим из (15) следующее уравнение

$$\frac{c_1c_2|\sigma|K_1(\sigma)K_2(\sigma)}{(c_1+c_2)K(\sigma)}\bar{\psi}_-(\sigma) + \bar{q}_+(\sigma) + 2\pi c_1\sigma_0K_1(\sigma_0)\delta(\sigma-\sigma_0) = 0 \tag{17}$$

здесь характеристическая функция данной задачи, со смешанным условием на контактной плоскости, имеет вид [4,8]

$$K(\sigma) = \frac{c_1K_1(\sigma)+c_2K_2(\sigma)}{c_1+c_2}$$

Функциональное уравнение (17) рассматривается как краевая задача типа Римана в теории аналитических функций на действительной оси. Функции $K_1(\sigma), K_2(\sigma)$ имеют нули только в точках $\pm\sigma_1$ и $\pm\sigma_2$, соответственно, при этом [1–3]

$$\sigma_i = k_i\frac{1+\chi_i}{\sqrt{1+2\chi_i}} > k_i > 0 \qquad i=1,2$$

Функция $K(\sigma)$ имеет нули только в точках $\pm\sigma_0$ [4,8], σ_0 – единственный положительный корень уравнения $K(\sigma)=0,$ при $\sigma=\sigma_0>k_2>k_1>0$, если имеет место условие (2), а при $k_1>k_2$, $\sigma_0>k_1$ условие имеет вид (3). Рассматривая области монотонности функций $K(\sigma), K_1(\sigma), K_2(\sigma)$ доказывается, что $\sigma_1<\sigma_0<\sigma_2$ или $\sigma_2<\sigma_0<\sigma_1$. Для определения искомых функций $\overline{q}_+(\sigma), \overline{\psi}_-(\sigma)$ функциональное уравнение (17) решается используя методику развитую в [5–8], решения строятся факторизуя функцию $\Lambda(\sigma)$, представляя ее в виде

$$\Lambda(\sigma)=\Lambda^+(\sigma)\Lambda^-(\sigma),$$
$$\Lambda(\sigma)=\frac{K_1(\sigma)K_2(\sigma)}{K(\sigma)}. \tag{18}$$

функции $K(\sigma)\to 1, K_1(\sigma)\to 1,\ \mathrm{K}_2(\sigma)\to 1,$ при $|\sigma|\to\infty,$
$K_i^{\pm}(\alpha)\to 1,\ K(\alpha)\to 1$ при $|\alpha|\to\infty,$ где функции $\Lambda^{\pm}(\alpha),\ \alpha=\sigma+i\tau$ регулярны и не имеют нулей при $\operatorname{Im}\alpha>0$ и $\operatorname{Im}\alpha<0$, соответственно. $\Lambda^{\pm}(\sigma)$ граничные значения этих функций

$$\Lambda^+(\sigma)=\exp(F^+(\sigma)),\ \Lambda^-(\sigma)=\exp(F^-(\sigma)),$$
$$F^+(\sigma)=\int_0^{\infty}F(x)e^{ix(\sigma+i0)}dx,\ F^-(\sigma)=F^+(-\sigma),$$
$$F(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\ln\Lambda(\sigma)e^{-i\sigma x}d\sigma,\ \Lambda^-(-\sigma)=\Lambda^+(\sigma).$$

При решении функционального уравнения (17) и факторизации функции $\Lambda(\sigma)$ принимается, что действительная ось обходит, как точки ветвления $\pm k_1, \pm k_2$ функций $\gamma_1(\alpha), \gamma_2(\alpha)$, так и нули функций $K(\sigma), K_1(\sigma), K_2(\sigma)$ $\pm\sigma_0$, $\pm\sigma_1$ и $\pm\sigma_2$, т.е. действительная ось обходит точки $\sigma=-\sigma_0, \sigma=-\sigma_1, \sigma=-\sigma_1$ сверху, а точки $\sigma=\sigma_0, \sigma=\sigma_1, \sigma=\sigma_1$–снизу, обеспечивая условия уходящей волны [2,3,8,9].

Аналитическое продолжение функции $|\sigma|$ в комплексной плоскости представляется $|\alpha|=\alpha$ при $\operatorname{Re}\alpha>0$, $|\alpha|=-\alpha$ при $\operatorname{Re}\alpha<0$. При контурном интегрировании имеется в виду, что

$$2\pi i\delta(\sigma-\sigma_0)=\frac{1}{\sigma-\sigma_0-i0}-\frac{1}{\sigma-\sigma_0+i0}$$

Имея в виду (18) и представление

$$|\sigma|=(\sigma-i0)^{\frac{1}{2}}(\sigma+i0)^{\frac{1}{2}}$$

выражения искомых функций принимают вид

$$\overline{\psi}_-(\sigma)=\frac{(c_1+c_2)b}{c_1c_2(\sigma-i0)^{1/2}\Lambda^-(\sigma)(\sigma-\sigma_0-i0)},$$
$$\overline{q}_+(\sigma)=-\frac{b(\sigma+i0)^{1/2}\Lambda^+(\sigma)}{\sigma-\sigma_0+i0}, \tag{19}$$

где

$$b = \frac{ic_1\sqrt{\sigma_0}K_1(\sigma_0)}{\Lambda^+(\sigma_0)}$$

Функции амплитуд перемещения в пьезоэлектрических полупространствах при $x < 0$ принимают вид

$$\begin{aligned} w_1(x,y) &= \frac{b}{2\pi c_1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\sigma+i0)^{1/2}\Lambda^+(\sigma)e^{-i\sigma x}e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}y}d\sigma}{|\sigma|K_1(\sigma)(\sigma-\sigma_0+i0)}, \\ w_2(x,y) &= \frac{b}{2\pi c_2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(\sigma+i0)^{1/2}\Lambda^+(\sigma)e^{-i\sigma x}e^{\sqrt{\sigma^2-k_2^2}y}d\sigma}{|\sigma|K_2(\sigma)(\sigma-\sigma_0+i0)}, \end{aligned} \tag{20}$$

а при $x > 0$

$$\begin{aligned} w_1(x,y) &= e^{-\sqrt{\sigma_0^2-k_1^2}y}e^{-i\sigma_0 x} + \frac{b}{2\pi c_1}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{K_2(\sigma)e^{-i\sigma x}e^{-\sqrt{\sigma^2-k_1^2}y}d\sigma}{(\sigma-i0)^{1/2}K(\sigma)\Lambda^-(\sigma)(\sigma-\sigma_0-i0)}, \\ w_2(x,y) &= e^{\sqrt{\sigma_0^2-k_2^2}y}e^{-i\sigma_0 x} - \frac{b}{2\pi c_2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{K_1(\sigma)e^{-i\sigma x}e^{\sqrt{\sigma^2-k_2^2}y}d\sigma}{(\sigma-i0)^{1/2}K(\sigma)\Lambda^-(\sigma)(\sigma-\sigma_0-i0)}. \end{aligned} \tag{21}$$

Интегралы преобразуются методом контурного интегрирования в комплексной плоскости $\alpha = \sigma + i\tau$. Путь интегрирования при $x < 0$ замыкается в верхней полуплоскости комплексной плоскости и действительная ось обходит точки σ_1, σ_2 сверху и снизу, соответственно для полупространств $y > 0$ и $y < 0$. Аналитические продолжения функций $K_1(\sigma)$, $K_2(\sigma)$, т.е. функции $K_1(\alpha)$, $K_2(\alpha)$ не имеют чисто мнимых, а также комплексных нулей, это следует из постановки задачи (принцип уходящей волны). Особые точки являются простыми полюсами $\sigma = \sigma_1$ и $\sigma = \sigma_2$. Интеграл представляется в виде суммы регулярных интегралов [7,8]. Волновое поле состоит из дифрагированных затухающих объемных волн, а также дифрагированной поверхностной волны Гуляева–Блюстейна, локализованной у контактной плоскости

$$\begin{aligned} w_{1*}(x,y) &= A_*^{(1)}e^{-\sqrt{\sigma_1^2-k_1^2}y}e^{-i\sigma_1 x}, \qquad y > 0 \\ w_{2*}(x,y) &= A_*^{(2)}e^{\sqrt{\sigma_2^2-k_2^2}y}e^{-i\sigma_2 x}, \qquad y < 0 \end{aligned} \tag{22}$$

$$A_*^{(1)} = -\frac{ib\Lambda^+(\sigma_1)}{c_1\sqrt{\sigma_1}K_1'(\sigma_1)(\sigma_1-\sigma_0)}$$

$$A_*^{(2)} = \frac{ib\Lambda^+(\sigma_2)}{c_2\sqrt{\sigma_2}K_2'(\sigma_2)(\sigma_2-\sigma_0)}$$

Эта волна распространяется по оси x с волновым числом σ_1 и σ_2, скоростью ω/σ_1 и ω/σ_2 в полупространствах $y > 0$ и $y < 0$, соответственно, и затухает при $|y| \to \infty$. Дифрагированные волны обусловлены наличием полубесконечной трещины, а появление поверхностной волны обусловлено также пьезоэффектом. Асимптотическое представление перемещений на граничной плоскости $y = +0$ при $x \to -\infty$ имеет вид

$$w_1(x,0) = A_*^{(1)} e^{i\sigma_1|x|} + e^{i(k_1x-\frac{\pi}{4})} O(|k_1x|^{-\frac{3}{2}}) + O(|k_1x|^{-\frac{3}{2}})$$

а на граничной плоскости $y = -0$ при $x \to -\infty$

$$w_2(x,0) = A_*^{(2)} e^{i\sigma_2|x|} + e^{i(k_2x-\frac{\pi}{4})} O(|k_2x|^{-\frac{3}{2}}) + O(|k_2x|^{-\frac{3}{2}})$$

Функция перемещений точек полупространства $x > 0$ представляется в виде суммы регулярных интегралов, падающей и дифрагированной поверхостной волны локализованной у контактной плоскости

$$\begin{aligned} &w_{10}(x,y) = A_0 e^{-\sqrt{\sigma_0^2-k_1^2}\,y} e^{i\sigma_0 x}, && y > 0 \\ &w_{20}(x,y) = A_0 e^{\sqrt{\sigma_0^2-k_2^2}\,y} e^{i\sigma_0 x}, && y < 0 \\ &A_0 = -\frac{ibK_2(-\sigma_0)}{2c_1\sigma_0\sqrt{\sigma_0}K'(-\sigma_0)\Lambda^-(-\sigma_0)} \end{aligned} \tag{23}$$

Действительная ось обходит точки σ_0 сверху и снизу, соответственно. При некоторых значениях электроупругих характеристик составного пространства–условия (2), (3) $-\sigma_0$ является корнем уравнения $K(\sigma) = 0$. Путь интегрирования замыкается в нижней полуплоскости комплексной плоскости [7,8]. Аналитическое продолжение подынтегральной функции при таких разрезах в комплексной плоскости имеет только единственную особую точку – простой полюс $\sigma = -\sigma_0$. Асимптотическое представление на контактной плоскости $y = 0$, при $x \to \infty$

$$w_1(x,0) = e^{-i\sigma_0 x} + A_0 e^{i\sigma_0 x} + e^{i(k_1x+\frac{\pi}{4})} O((k_1x)^{-\frac{3}{2}}) + O((k_1x)^{-\frac{3}{2}}).$$

Волновое поле перемещений состоит из падающей волны, дифрагированных затухающих обьемных волн, и распространяющаяся по направлению x к $+\infty$ со скоростю ω/σ_0 (σ_0– волновое число) локализованной волны. Следует отметить, что $\omega/\sigma_1 < \omega/\sigma_0 < \omega/\sigma_2$, если $\sigma_1 > \sigma_2$ и $\omega/\sigma_2 < \omega/\sigma_0 < \omega/\sigma_1$, если $\sigma_2 > \sigma_1$, т.е. если локализованная сдвиговая волна существует – электромеханические характеристики удовлетворяют условиям (2), (3), то значение ее скорости распространения находится между значениями скоростей поверхностной волны Гуляева–Блюстейна $w_{1*}(x,y)$ и $w_{2*}(x,y)$ распространяющаяся по x к $-\infty$, когда между полупространствами отсутствует акустический контакт. Как видно из (20), (21) и асимптотических представлений, вместе с цилиндрической волной появляется и волна, распространяющаяся от контактной плоскости и имеющая неволновой характер на этой плоскости. Конструктивная неоднородность (слоистость) анизотропных твердых сред – обладающих свойством пьезоэффекта, существенно влияет на классическую теорию электроупругих волн.

4. Заключение

Наличием пьезоэффекта обусловлены распространения поверхностных волн со смещениями частиц в направлении симметрии кристалла. У поверхностных волн относительно малая скорость распространения, и при этом возбуждаются волны в пьезоэлектриках с малыми потерями. Результаты работы могут быть использованы при рассмотрении других задач механики твердых сред и объяснения физико-технических и экспериментальных результатов при создании новых инженерных устройств. Дифракция падающей сдвиговой волны на полубесконечной трещине приводит к появлению сдвиговых поверхностных – локализованных у контактной плоскости, электроупругих волн с разными скоростями распространения, а также появляются цилиндрическая волна и волна, распространяющаяся от контактной плоскости и имеющая не волновой характер на этой плоскости. Проблема взаимодействия различных полей физического происхождения в твердых телах интересна с точки зрения механики и математической физики, и конечно очень важна при проектировании инженерно-физических приборов, при изучении принципов работы новых современных акустоэлектрических устройств и прикладных задач о системах обработки информации.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Балакирев, М. К. Волны в пьезокристаллах / М.К. Балакирев, И.А. Гилинский. – Новосибирск: Наука, 1982. – 240 с.

2. Григорян, Э.Х. Дифракция сдвиговой плоской волны в пьезоэлектрическом пространстве на краю полубесконечного металлического слоя / Э. Х. Григорян, А.С. Мелкумян // Известия НАН Армении. Механика. – 2004. – Т.57. – №4. – С.43–52.

3. Григорян, Э.Х. Дифракция плоской сдвиговой волны на полубесконечной трещине в пьезоэлектрическом пространстве / Э.Х. Григорян, С.А. Джилавян //Известия НАН Армении. Механика. – 2005. – Т.58. – №1. – С. 38–50.

4. Аветисян, А. С. Электроупругие поверхностные волны сдвига на границе раздела двух пьезоэлектрических полупространств. / А.С. Аветисян, Дж.М. Маргарян //Известия НАН Армении. Механика. – 1994. – Т.47. – №34. – С. 31–36.

5. Джилавян, С.А. Дифракция плоской сдвиговой волны в пьезоэлектрическом полупространстве при полубесконечном металлическом слое в диэлектрике / С.А. Джилавян, А.А Казарян // Известия НАН Армении. Механика. – 2015. – Т.68. – №1. – С. 45–56.

6. Григорян, Э.Х. Дифракция сдвиговой плоской волны на полубесконечной трещине в пространстве пьезоэлектрик–диэлектрик / Э.Х. Григорян, С.А. Джилавян, А.А. Казарян // Труды 7-ой международ. конф. «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред». – Ереван: 2011. – С. 137–143.

7. Джилавян, С. А. Сдвиговые колебания в составном пьезоэлектрическом пространстве / С.А. Джилавян, А.С. Саргсян // Вестник НПУА. Механика, машиноведение, машиностроение, 2018. – № 2. – С. 29-38.

8. Джилавян, С.А. Дифракция плоской волны сдвига в составном пьезоэлектрическом пространстве / С.А. Джилавян, А.С. Саргсян // Известия НАН Армении. Механика. – 2019. – Т.72. – № 1. – С. 35-48.

9. Нобль, Б. Метод Винера / Б. Нобль // Хопфа. – М.: Мир, 1962. – 294 с.

Поступила в редколлегию 22.01.2019 г.